**MATEMATYKA Nauczyciel Beata Kowalska**

**Przedmiotowy System Oceniania**

**Prosto do matury Zakres podstawowy i rozszerzony**

**TRYGONOMETRIA**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

* stosować twierdzenie sinusów do obliczenia długości boków i miar kątów trójkąta oraz promienia okręgu opisanego na trójkącie
* stosować twierdzenie sinusów w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
* stosować twierdzenie cosinusów do obliczenia długości boków i miar kątów trójkąta
* sprawdzać czy trójkąt o danych bokach jest ostrokątny, prostokątny, czy rozwartokątny
* obliczać pole trójkąta na podstawie wzorów: $P=\frac{1}{2}a∙h$ i $P=\frac{1}{2}a∙b∙\sin(γ)$
* wykorzystywać w zadaniach różne wzory na pole trójkąta do obliczenia wskazanych wielkości
* stosować twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów w zadaniach dotyczących czworokątów wpisanych w okrąg i czworokątów opisanych na okręgu
* poprawnie zaznaczać dowolny kąt w układzie współrzędnych
* określać, do której ćwiartki układu współrzędnych należy dany kąt
* obliczać wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta
* określać znaki wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta
* konstruować kąt, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych
* obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, mając dany punkt należący do jego ramienia końcowego
* stosować wzory redukcyjne do wyznaczania wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego)
* korzystać z tablic trygonometrycznych do obliczenia wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta
* opisywać własności funkcji okresowych
* zapisywać poprawnie rodzinę przedziałów liczbowych
* podawać własności funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta
* obliczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, znając wartość jednej z funkcji trygonometrycznych sinus lub cosinus tego kąta
* uzasadniać proste tożsamości trygonometryczne, podając konieczne założenia
* zamieniać miarę łukową kąta na miarę stopniową i odwrotnie
* wyznaczać wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej
w radianach
* wykorzystywać w zadaniach okresowość funkcji trygonometrycznych
* rysować wykresy funkcji sinus, cosinus i tangens; podawać własności tych funkcji
* przekształcać wykresy funkcji trygonometrycznych przez przesunięcie równoległe lub symetrię względem osi x, osi y i początku układu współrzędnych
* rozwiązywać elementarne równania trygonometryczne, korzystając z wykresu odpowiedniej funkcji trygonometrycznej
* rozwiązywać elementarne nierówności trygonometryczne, korzystając z wykresu odpowiedniej funkcji trygonometrycznej
* wykorzystywać w prostych zadaniach wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów oraz kąta podwojonego
* rozwiązywać proste równania trygonometryczne w zbiorze liczb rzeczywistych lub w określonym przedziale
* rozwiązywać proste nierówności trygonometryczne w zbiorze liczb rzeczywistych lub w określonym przedziale
* rozwiązywać równania trygonometryczne prowadzące do równań kwadratowych

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

wyznaczyć długość środkowej trójkąta, mając dane długości jego boków

wykorzystywać twierdzenie sinusów lub twierdzenie cosinusów w zadaniach
na dowodzenie

stosować twierdzenie cosinusów do obliczenia wskazanych wielkości w wielokątach

stosować w zadaniach twierdzenie o dwusiecznej

rozwiązywać wieloetapowe zadania z planimetrii wymagające np. zastosowania twierdzenia o dwusiecznej, twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów oraz wzorów na pole trójkąta i pole wielokąta

uzasadniać wzory redukcyjne

stosować wzory redukcyjne do obliczenia wartości wyrażeń, w których występują funkcje trygonometryczne dowolnych kątów

wykorzystywać wzory redukcyjne w zadaniach na dowodzenie

szkicować wykres funkcji okresowej o podanych własnościach

obliczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta, znając wartość funkcji tangens tego kąta

uzasadniać tożsamości trygonometryczne wymagające przekształcenia wyrażeń wymiernych, podając konieczne założenia

stosować wzory redukcyjne dla kątów o podanej mierze łukowej

stosować funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej w zadaniach różnych typów

rysować wykresy funkcji trygonometrycznych w trudniejszych przypadkach (np. z wartością bezwzględną)

* określać na podstawie wykresu złożonej funkcji trygonometrycznej jej własności, np. podawać przedziały monotoniczności, wskazywać wartości: najmniejszą i największą w danym przedziale domkniętym, odczytywać miejsca zerowe, podawać równanie asymptot pionowych wykresu
* wykorzystywać wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów oraz kąta podwojonego w zadaniach na dowodzenie
* obliczać wartości wyrażeń, wykorzystując wzory na sinus, cosinus i tangens sumy i różnicy kątów oraz kąta podwojonego
* rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne wymagające zastosowania wzorów na sinus, cosinus lub tangens sumy i różnicy kątów

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

udowodnić twierdzenie sinusów

udowodnić twierdzenie cosinusów

udowodnić twierdzenie o dwusiecznej

udowodnić wzór Herona

rozwiązywać równania trygonometryczne i nierówności trygonometryczne z parametrem

* rozwiązywać równania i nierówności trygonometryczne z wartością bezwzględną
* rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące związków miarowych w trójkącie

**GEOMETRIA ANALITYCZNA**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

* obliczać odległość dwóch punktów na płaszczyźnie kartezjańskiej
* wykorzystywać wzór na odległość dwóch punktów na płaszczyźnie do obliczenia obwodu wielokąta
* wykorzystywać w zadaniach wzór na współrzędne środka odcinka
* wyznaczać kąt nachylenia prostej do osi x
* wyznaczać równanie prostej nachylonej do osi x pod danym kątem i przechodzącej przez podany punkt
* badać równoległość i prostopadłość prostych o równaniach w postaci ogólnej
* badać wzajemne położenie dwóch prostych
* wykorzystywać równanie prostej w postaci ogólnej do wyznaczania równania prostej przechodzącej przez dany punkt i równoległej (prostopadłej) do danej prostej
* obliczać odległość punktu od prostej
* obliczać pole trójkąta o danych wierzchołkach
* zapisywać równanie okręgu (nierówność opisującą koło) znając współrzędne środka i promień tego okręgu (koła)
* wyznaczać z równania okręgu współrzędne jego środka i promień
* sprawdzać, czy dany punkt należy do okręgu o podanym równaniu
* badać położenie danego punktu względem koła opisanego nierównością
* badać graficznie i rachunkowo wzajemne położenie okręgu i prostej
* wyznaczać punkty wspólne okręgu i prostej
* wyznaczać równanie stycznej do danego okręgu w punkcie należącym do tego okręgu
* badać wzajemne położenie dwóch okręgów
* wyznaczać punkty wspólne dwóch okręgów
* wyznaczać środek symetrii w figurach środkowosymetrycznych
* wyznaczać obrazy figur w symetrii środkowej na płaszczyźnie
* wyznaczać obrazy figur w symetrii środkowej o środku w początku układu współrzędnych
* obliczać współrzędne punktów w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych
* wyznaczać równanie okręgu lub prostej w symetrii środkowej względem początku układu współrzędnych
* wyznaczać osie symetrii w figurach osiowosymetrycznych
* wyznaczać obrazy figur w symetrii osiowej na płaszczyźnie
* obliczać współrzędne punktów w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych
* wyznaczać obrazy figur w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych
* wyznaczać równanie okręgu w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

* rozwiązywać wieloetapowe zadania, stosując wzór na odległość dwóch punktów i wzór na współrzędne środka odcinka
* wykorzystywać w zadaniach wzór na współrzędne środka ciężkości trójkąta
* wyznaczać równania dwusiecznych kątów utworzonych przez dwie dane proste, wykorzystując własności dwusiecznej kąta
* obliczać odległość między prostymi równoległymi o podanych równaniach
* rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące położenia prostych na płaszczyźnie i odległości punktu od prostej
* zapisywać równanie okręgu w postaci ogólnej i odczytywać z niego współrzędne środka i promień okręgu
* wyznaczać równanie okręgu na podstawie pewnych informacji o jego położeniu, np. przechodzącego przez trzy dane punkty lub stycznego do osi układu współrzędnych
* badać, jaki zbiór punktów płaszczyzny kartezjańskiej jest opisany za pomocą podanego równania
* wyznaczać równania stycznych do danego okręgu równoległych (prostopadłych) do danej prostej
* rozwiązywać rachunkowo i graficznie układy równań stopnia drugiego
* rysować zbiór punktów opisany za pomocą układu nierówności stopnia drugiego
* rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące wzajemnego położenia prostej i okręgu oraz dwóch okręgów
* rozwiązywać wieloetapowe zadania dotyczące symetrii środkowej i symetrii osiowej na płaszczyźnie kartezjańskiej
* wyznaczać obrazy punktów w symetrii względem prostej o podanym równaniu na płaszczyźnie kartezjańskiej

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

* uzasadniać poznane wzory
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równania okręgu
* wyznaczać równania stycznych do okręgu przechodzących przez dany punkt leżący poza okręgiem
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące wzajemnego położenia dwóch okręgów
* rozwiązywać rachunkowo i graficznie układy równań stopnia drugiego z wartością bezwzględną
* rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności z geometrii analitycznej

**CIĄGI**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

* obliczyć n-ty wyraz ciągu, znając wzór ogólny tego ciągu
* zapisywać symbolicznie warunki dotyczące wyrazów ciągu
* rysować wykresy ciągów
* odczytywać z wykresu własności ciągu
* wyznaczyć miejsce zerowe ciągu o danym wzorze ogólnym
* obliczać wyrazy ciągu spełniające podany warunek
* wyznaczać kolejne wyrazy ciągu na podstawie wzoru rekurencyjnego
* rozpoznawać ciągi arytmetyczne
* obliczyć wskazane wyrazy ciągu arytmetycznego, mając dany pierwszy wyraz i różnicę ciągu
* wyznaczyć ciąg arytmetyczny, znając jego dwa wyrazy
* stosować w zadaniach zależność między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego
* określać monotoniczność ciągu arytmetycznego
* rozwiązywać zadania tekstowe, wykorzystując wzór na $n$-ty wyraz ciągu arytmetycznego
* obliczyć sumę *n* początkowych wyrazów danego ciągu arytmetycznego
* obliczyć, ile wyrazów danego ciągu arytmetycznego należy dodać, aby otrzymać określoną sumę
* rozwiązywać zadania tekstowe wykorzystując wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
* rozpoznawać ciąg geometryczny
* obliczać wskazane wyrazy ciągu geometrycznego, mając dany pierwszy wyraz i iloraz ciągu
* wyznaczyć ciąg geometryczny, znając jego dwa wyrazy
* stosować w zadaniach zależności między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego
* rozwiązywać zadania tekstowe, wykorzystując wzór na $n$-ty wyraz ciągu geometrycznego
* obliczyć sumę *n* początkowych wyrazów danego ciągu geometrycznego
* rozwiązywać zadanie tekstowe wykorzystując wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
* wyznaczać wielkości zmieniające się zgodnie z zasadą procentu składanego
* obliczyć wartość lokaty, znając stopę procentową, okres rozrachunkowy i czas oszczędzania
* obliczyć wartość lokaty o zmieniającym się oprocentowaniu

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

* badać monotoniczność ciągu
* wykazywać, że dany ciąg nie jest monotoniczny
* określać monotoniczność ciągu będącego np. sumą dwóch ciągów o ustalonej monotoniczności
* podawać przykład wzoru rekurencyjnego ciągu znając kilka jego początkowych wyrazów
* podawać przykłady ciągów monotonicznych, tak, aby np. ich iloczyn spełniał określone warunki dotyczące monotoniczności
* wyznaczyć ciąg arytmetyczny, mając podane warunki, jakie spełniają wskazane wyrazy tego ciągu
* badać, czy ciąg o podanym wzorze ogólnym jest ciągiem arytmetycznym (geometrycznym)
* obliczyć, ile wyrazów danego ciągu geometrycznego należy dodać, aby otrzymać określoną sumę
* wyznaczać ciąg arytmetyczny, znając np. jego dwie sumy częściowe
* obliczać sumę liczb naturalnych o podanych własnościach, np. dwucyfrowych i podzielnych przez 4
* wyznaczać wzór ogólny ciągu arytmetycznego na podstawie wzoru na jego sumę częściową
* stosować w zadaniach zależność między wyrazami $a\_{n-k}, a\_{n}, a\_{n+k}$ ciągu arytmetycznego
* stosować w zadaniach zależność między wyrazami $a\_{n-k}, a\_{n}, a\_{n+k}$ ciągu geometrycznego
* rozwiązywać zadania wymagające jednoczesnego stosowania własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego
* stosować własności ciągu arytmetycznego i geometrycznego w zadaniach na dowodzenie
* rozwiązywać równania, wykorzystując wzór na sumę $n$ wyrazów ciągu arytmetycznego (geometrycznego)
* rozwiązywać zadania łączące ciąg arytmetyczny (geometryczny) z innymi działami matematyki, np. funkcją kwadratową, geometrią, itp.
* obliczać wysokość raty kredytu spłacanego (w równych wielkościach) systemem procentu składanego
* obliczać wysokości rat malejących
* porównywać zyski z różnych lokat

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

* udowodnić wzory na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
* udowodnić wzór na sumę *n* początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
* wyprowadzić wzór na wysokość raty kredytu spłacanego (w równych wielkościach)
w systemie procentu składanego
* porównywać różne sposoby spłacania kredytu
* rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące geometrii analitycznej, w tym zadania z parametrem

**ANALIZA MATEMATYCZNA**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

* opisywać poglądowo pojęcie granicy ciągu
* poprawnie stosować symboliczny zapis granicy ciągu i granicy niewłaściwej
* odróżniać ciągi zbieżne i ciągi rozbieżne
* stosować twierdzenia o działaniach na granicach ciągów zbieżnych
* obliczać granice ciągów z wykorzystaniem granic ciągów typu $\lim\_{n\to \infty }\frac{1}{n}=0$, $\lim\_{n\to \infty }\frac{1}{n^{n}}=0$, $\lim\_{n\to \infty }\sqrt[n]{a}=1$, $a>0$
* wskazywać ciąg geometryczny zbieżny
* wyznaczać granice niewłaściwe ciągu
* rozpoznawać szeregi geometryczne zbieżne
* obliczać sumy szeregów geometrycznych zbieżnych
* zamieniać ułamek okresowy na ułamek zwykły w prostych przypadkach
* opisywać poglądowo pojęcie granica funkcji w punkcie
* obliczać granice funkcji wykorzystując twierdzenia o działaniach na granicach w prostych przypadkach
* interpretować pojęcie granicy jednostronnej
* odczytywać z wykresu funkcji jej granice jednostronne we wskazanych punktach
* wyznaczać granice jednostronne funkcji wykorzystując twierdzenia o działaniach na granicach
* interpretować pojęcie granicy niewłaściwej funkcji z punkcie i w $\pm \infty $
* wyznaczać granice niewłaściwe funkcji wykorzystując twierdzenia o działaniach na granicach w prostych przypadkach
* wyznaczać równania asymptot poziomych i asymptot pionowych wykresu funkcji
* opisywać poglądowo pojęcie funkcji ciągłej w punkcie
* badać ciągłość funkcji w punkcie
* określać ciągłość funkcji w przedziale
* obliczyć iloraz różnicowy i podać interpretację geometryczną otrzymanego wyniku
* obliczyć pochodną funkcji w danym punkcie na podstawie definicji w prostych przypadkach
* wyznaczyć równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
* stosować z fizyczną interpretację pochodnej do obliczenie prędkości chwilowej
* wyznaczać pochodne funkcji elementarnych
* wyznaczać pochodne funkcji korzystając z twierdzenia o działaniach na pochodnych
* wyznaczać pochodne funkcji postaci $f\left(x\right)=x^{k}$ $k\in R∖\{0,1\}$
* wyznaczać pochodne wielomianów
* wyznaczać pochodne funkcji wymiernych, określać D i D’
* określać funkcję wewnętrzną i funkcję zewnętrzną danej funkcji złożonej
* wyznaczać dziedzinę funkcji złożonej
* obliczać pochodne funkcji złożonych w prostych przypadkach
* obliczyć wartość pochodnej funkcji złożonej w danym punkcie w prostych przypadkach
* wyznaczać przedziały monotoniczności funkcji różniczkowalnych, korzystając z własności pochodnej
* posługiwać się pojęciem ekstremum lokalnego
* wyznaczać ekstrema funkcji różniczkowalnych, korzystając z warunku koniecznego i z warunku wystarczającego istnienia ekstremum
* wyznaczyć wartość największą i wartość najmniejszą funkcji w przedziale domkniętym
* rozwiązać zadanie optymalizacyjne z wykorzystaniem pochodnej w prostych przypadkach

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

* obliczać granice ciągów (właściwe i niewłaściwe) na podstawie definicji
* stosować twierdzenie o własnościach granic niewłaściwych ciągów rozbieżnych
* badać, kiedy podany nieskończony ciąg geometryczny jest zbieżny
* podawać przykłady ciągów zbieżnych do danej granicy lub rozbieżnych do $\pm \infty $
* obliczać granice ciągów, korzystając z twierdzenia o trzech ciągach
* zamieniać ułamek okresowy na ułamek zwykły w trudniejszych przypadkach
* rozwiązywać zadania z geometrii, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego
* rozwiązywać równania i nierówności, korzystając ze wzoru na sumę szeregu geometrycznego zbieżnego
* wyznaczać granice funkcji (właściwe i niewłaściwe) na podstawie definicji
* stosować tw. dotyczące granic niektórych funkcji, np. $\lim\_{x\to x\_{0}}\sqrt{x}=\sqrt{x\_{0}}$, $\lim\_{x\to x\_{0}}\sqrt{f(x)}=\sqrt{f(x\_{0})}$
* stosować twierdzenia dotyczące granic funkcji sinus i cosinus w punkcie
* uzasadniać, że dana funkcja ma granicę w podanym punkcie
* obliczać granice funkcji, wykorzystując tw. o działaniach na granicach w trudniejszych przypadkach
* wyznaczać granice jednostronne funkcji na podstawie definicji
* wyznaczać granice niewłaściwe jednostronne
* wyznaczać granice funkcji na końcach przedziałów określoności
* wyznaczać granice niewłaściwe funkcji, wykorzystując tw. o działaniach na granicach w trudniejszych przypadkach
* określać własności funkcji (w tym granice na końcach przedziałów określoności)
na podstawie jej wykresu
* dobierać odpowiednie wartości parametru tak, aby funkcja była ciągła w danym punkcie
* wykorzystywać w zadaniach własności funkcji ciągłych, np. do dowodzenia, że dane równanie ma rozwiązanie oraz do znajdowania wartości najmniejszej i największej funkcji w przedziale domkniętym
* szkicować przykładowy wykres funkcji ciągłej o podanych własnościach
* obliczać pochodne funkcji w danym punkcie na podstawie definicji w trudniejszych przypadkach
* podawać interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie
* wyznaczać kąt przecięcia wykresów dwóch funkcji
* badać różniczkowalność funkcji w danym punkcie
* wyznaczać równanie stycznej do wykresu funkcji spełniającej określone warunki
* wyznaczać pochodną funkcji złożonej w trudniejszych przypadkach
* wykorzystywać pochodną funkcji złożonej w zadaniach dotyczących np. równania stycznej
* wyznaczać przedziały monotoniczności i ekstrema funkcji złożonej
* wskazywać wykres funkcji na podstawie wykresu jej pochodnej
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące stycznej do wykresu funkcji
* badać przebieg zmienności funkcji wymiernych
* rozwiązywać zadania optymalizacyjne z wykorzystaniem pochodnej (np. dotyczące geometrii) w trudniejszych przypadkach

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

* udowodnić twierdzenie o działaniach na granicach funkcji
* udowodnić twierdzenie o działaniach na pochodnych
* udowodnić warunek konieczny istnienia ekstremum funkcji w punkcie
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące przedziałów monotoniczności i ekstremów funkcji różniczkowalnej
* rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące granic funkcji i pochodnej funkcji