**WYMAGANIA EDUKACYJNE DLA UCZNIÓW**

**KLASY II TECHNIKUM – MATEMATYKA**

Nr programu nauczania : ZSE- T- MAT – 2020

Nazwa programu : Program nauczania matematyki dla technikum po szkole podstawowej. D. Ponczek, wydawnictwo NOWA ERA

Podręcznik : M. Antek, K. Belka, P. Grabowski „ Prosto do matury ” cz. I, zakres podstawowy

Nauczyciele : mgr Bożena Wawszczyk, mgr Bożena Mordziałek, mgr Aleksandra Walotek – Barczyk, mgr Jadwiga Tobijańska

**FUNKCJE**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

* rozpoznawać funkcje wśród przyporządkowań;
* określać funkcje na różne sposoby (tabela, graf, wzór – proste przypadki, wykres, opis słowny);
* obliczać ze wzoru wartości funkcji dla różnych argumentów;
* wyznaczać dziedzinę funkcji danej prostym wzorem;
* obliczać, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość (w prostych przypadkach);
* wyznaczać zbiór wartości funkcji o danym wzorze i kilkuelementowej dziedzinie;
* swobodnie posługiwać się układem współrzędnych;
* rozpoznawać wykresy funkcji na płaszczyźnie kartezjańskiej;
* sporządzać wykresy funkcji o kilkuelementowej dziedzinie;
* na podstawie wykresu funkcji odczytywać jej dziedzinę;
* na podstawie wykresu funkcji odczytywać jej zbiór wartości;
* na podstawie wykresu funkcji wskazywać największą wartość funkcji i najmniejszą wartość funkcji (w całej dziedzinie lub w podanym przedziale);
* szkicować wykresy funkcji o zadanej dziedzinie i zbiorze wartości;
* odczytywać z wykresu funkcji jej miejsca zerowe;
* wyznaczać miejsca zerowe funkcji w prostych przypadkach (wymagających rozwiązywania równań liniowych lub równań z wartością bezwzględną);

# odczytywać z wykresu funkcji rozwiązania nierówności typu , dla ustalonej wartości *m* (w szczególności dla );

* określać na podstawie wykresu, czy dana funkcja jest monotoniczna;
* określać przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu;
* rozpoznawać wielkości odwrotnie proporcjonalne;
* podawać zależności funkcyjne między wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi opisanymi w zadaniu tekstowym;
* rysować wykres funkcji , gdzie , i omawiać jej własności;
* rozwiązywać proste zadania tekstowe, w których występują wielkości odwrotnie proporcjonalne;
* odczytywać wszystkie omawiane wcześniej własności z wykresów funkcji;
* odczytywać z wykresów funkcji rozwiązania równań i nierówności , ;
* rysować wykres funkcji na podstawie wykresu funkcji ;
* rysować wykres funkcji na podstawie wykresu funkcji ;
* rysować wykres funkcji na podstawie wykresu funkcji ;
* rysować wykres funkcji na podstawie wykresu funkcji ;
* rysować wykres funkcji na podstawie wykresu funkcji .

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

* określać funkcje za pomocą wzoru w trudniejszych przypadkach;
* wyznaczać dziedzinę funkcji na podstawie wzoru w przypadkach wymagających większej liczby założeń albo wzoru, w którym występuje wartość bezwzględna;
* znajdować na podstawie zadania tekstowego zależność funkcyjną między dwiema wielkościami i wyznaczać dziedzinę otrzymanej funkcji;
* wyznaczać zbiór wartości funkcji w trudniejszych przypadkach;
* wyznaczać dziedzinę funkcji, znając jej zbiór wartości;
* szkicować wykres funkcji opisanej w zadaniu tekstowym;
* na podstawie wykresu funkcji określać liczbę rozwiązań równania w zależności od wartości *m*;
* wyznaczać miejsca zerowe funkcji w trudniejszych przypadkach;
* wyznaczać miejsca zerowe funkcji o dziedzinie ograniczonej określonymi warunkami;
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące miejsc zerowych funkcji;
* uzasadniać, że np. funkcja rosnąca w dwóch przedziałach liczbowych nie musi być rosnąca w sumie tych przedziałów;
* rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące monotoniczności funkcji;
* rozwiązywać złożone zadania tekstowe, w których występują wielkości odwrotnie proporcjonalne, np. dotyczące wydajności pracy;
* projektować wykres funkcji o zadanych własnościach;
* podawać własności funkcji , na podstawie odpowiednich własności funkcji ;
* podawać własności funkcji oraz na podstawie odpowiednich własności funkcji ;
* rozwiązywać zadania wymagające złożenia symetrii i przesunięcia wykresu funkcji.

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

* dobierać parametr we wzorze funkcji tak, by miała ona określone własności;
* składać przesunięcia równoległe wykresu funkcji z symetriami w przypadku większej liczby przekształceń
* szkicować wykresy funkcji typu: .

**FUNKCJA LINIOWA**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

* rozpoznawać wielkości wprost proporcjonalne;
* podawać zależność funkcyjną między wielkościami wprost proporcjonalnymi opisanymi w zadaniu tekstowym;
* rysować wykres funkcji i omawiać jej własności;
* poprawnie interpretować współczynnik kierunkowy funkcji ;
* rysować wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru i omawiać jej własności;
* podawać wzór funkcji liniowej na podstawie jej wykresu;
* sprawdzać rachunkowo, czy dany punkt leży na danej prostej;
* interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
* obliczać współczynnik kierunkowy prostej nierównoległej do osi *y*;
* wyznaczać równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty;
* sprawdzać współliniowość punktów (na płaszczyźnie kartezjańskiej);
* rysować wykres funkcji liniowej określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami, odczytywać z wykresu własności tej funkcji;
* podawać wzór funkcji przedziałami liniowej na podstawie jej wykresu w prostych przypadkach;
* zaznaczać punkty oraz zbiory na płaszczyźnie kartezjańskiej;
* przekształcać równanie prostej z postaci kierunkowej do ogólnej i odwrotnie;
* wyznaczać punkty przecięcia prostej (opisanej równaniem w postaci ogólnej) z osiami układu współrzędnych;
* badać równoległość (prostopadłość) prostych na płaszczyźnie kartezjańskiej;
* wyznaczać równanie prostej równoległej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt;
* wyznaczać równanie prostej prostopadłej do danej prostej i przechodzącej przez dany punkt;
* podawać interpretację geometryczną danego układu równań liniowych;
* odczytać z wykresu współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych.

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

* analizować, jak w zależności od współczynników (zapisanych w postaci parametrów) funkcji liniowej zmieniają się jej własności (np. monotoniczność);
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące współliniowości punktów;
* rozwiązywać zadania tekstowe wymagające znalezienia wzoru funkcji liniowej na podstawie wartości dwóch jej argumentów;
* podawać wzór funkcji przedziałami liniowej na podstawie jej wykresu w trudniejszych przypadkach;
* podawać wzór i rysować wykres funkcji przedziałami liniowej na podstawie zadania osadzonego w kontekście praktycznym (np. o podatku progresywnym);
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące położenia prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej;
* zaznaczać na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiory opisane równaniami takimi jak np. lub ;
* rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości lub prostopadłości wykresów funkcji liniowych;
* wyznaczać wartość parametru , dla którego dany układ jest nieoznaczony (sprzeczny).

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

* uzasadniać na podstawie definicji rodzaj monotoniczności funkcji liniowej;
* zaznaczać na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiory opisane równaniami z wartością bezwzględną;
* rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji liniowej (np. z parametrem).

**FUNKCJA KWADRATOWA**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych - na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

* rysować wykresy funkcji i podawać jej własności;
* poprawnie interpretować współczynnik *a* funkcji ;
* rysować wykresy funkcji kwadratowych w postaci kanonicznej;
* określać własności (zbiór wartości, przedziały monotoniczności, wartość ekstremalną) funkcji kwadratowej na podstawie jej postaci kanonicznej;
* podawać wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej na podstawie informacji o jej wykresie w prostych przypadkach;
* przekształcać wzór funkcji kwadratowej z postaci kanonicznej do ogólnej i odwrotnie;
* poprawnie interpretować współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej;
* obliczać współrzędne wierzchołka paraboli;
* wyznaczać zbiór wartości funkcji kwadratowej;
* podawać wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej na podstawie informacji o jej wykresie w prostych przypadkach.

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

* przekształcać parabolę przez symetrię względem prostej równoległej do osi *x* lub osi *y* układu współrzędnych oraz zapisywać równanie otrzymanego obrazu tej paraboli;
* wykorzystywać wzór funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej do rozwiązywania zadań w trudniejszych przypadkach;
* rysować wykresy funkcji przedziałami kwadratowych;
* rozwiązywać trudniejsze zadania dotyczące postaci kanonicznej i ogólnej funkcji kwadratowej oraz jej własności.

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

* uzasadniać na podstawie definicji rodzaj monotoniczności funkcji kwadratowej;
* rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące funkcji kwadratowej, np. z parametrem.

**ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

* wyznaczać wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale;
* rozwiązywać równania kwadratowe niezupełne (, ) metodą rozkładu na czynniki;
* określać liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie znaku wyróżnika;
* określać liczbę miejsc zerowych funkcji kwadratowej na podstawie informacji dotyczących współczynników w jej wzorze;
* dobierać współczynniki w równaniu kwadratowym tak, aby równanie miało jedno rozwiązanie;
* rozwiązywać równania kwadratowe za pomocą wzorów na pierwiastki;
* przedstawiać funkcję kwadratową w postaci iloczynowej;
* odczytywać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej;
* rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci iloczynowej;
* rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci ogólnej;
* rozwiązywać graficznie i rachunkowo (algebraicznie) układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
* wyznaczać punkty wspólne paraboli i prostej;
* rysować wykresy funkcji kwadratowych i opisywać ich własności;
* znajdować brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie;
* podawać wzór funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu.

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

* rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do szukania wartości ekstremalnych funkcji kwadratowej;
* rozwiązywać równanie postaci , gdzie jest funkcją kwadratową;
* wykorzystywać równania kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji;
* rozwiązywać układy nierówności kwadratowych;
* wykorzystywać nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji;
* zapisywać układ równań, którego ilustracją są prosta i parabola przedstawione na rysunku;
* rozwiązywać trudniejsze zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych;
* rysować wykresy funkcji kwadratowych określonych w różnych przedziałach różnymi wzorami;
* odczytywać z wykresu funkcji kwadratowej liczbę rozwiązań równania w zależności od parametru .

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

* wyprowadzić wzory na współrzędne wierzchołka paraboli;
* sprowadzać na ogólnych danych funkcję kwadratową z postaci ogólnej do postaci kanonicznej;
* wyprowadzić wzory na pierwiastki równania kwadratowego;
* znajdować na podstawie zadania tekstowego związek między dwiema wielkościami, gdy wyraża się on poprzez funkcję kwadratową, i szkicować wykres tej funkcji z uwzględnieniem dziedziny;
* rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące funkcji kwadratowej.

**PLANIMETRIA**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

* wykorzystywać w zadaniach nierówność trójkąta;
* wykorzystywać w zadaniach twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
* wykorzystywać w zadaniach własność symetralnej odcinka i własność dwusiecznej kąta;
* wykonywać elementarne konstrukcje geometryczne, np. symetralnej odcinka, dwusiecznej kąta, prostej równoległej (prostopadłej) do danej przechodzącej przez dany punkt;
* określać wzajemne położenie dwóch okręgów;
* korzystać z własności stycznej do okręgu;
* określać wzajemne położenie okręgu i prostej;
* korzystać z twierdzenia o odcinkach stycznych;
* korzystać z własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
* stosować w zadaniach pojęcia kąta środkowego i kąta wpisanego;
* stosować w zadaniach twierdzenie o zależności między kątem środkowym a kątem wpisanym opartymi na tym samym łuku;
* stosować w zadaniach twierdzenie o równości kątów wpisanych opartych na tym samym luku;
* stosować w zadaniach twierdzenie o kącie wpisanym opartym na średnicy;
* obliczać pola wycinków kołowych i pierścieni kołowych;
* stosować twierdzenie Talesa do obliczania długości odcinków;
* stosować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do ustalania równoległości prostych;
* rozpoznawać figury podobne;
* obliczać długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa;
* rozpoznawać trójkąty podobne;
* stosować w zadaniach cechy podobieństwa trójkątów;
* poprawnie zapisywać proporcje boków w trójkątach podobnych;
* stosować w zadaniach twierdzenie o odcinku łączącym środki boków trójkąta;
* stosować w zadaniach własności środkowych trójkąta;
* stosować wzory na promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym i okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny.

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopełniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

* podawać liczbę osi symetrii i środków symetrii figur geometrycznych;
* korzystać z własności okręgów stycznych;
* korzystać z własności okręgów w wieloetapowych zadaniach geometrycznych;
* stosować w zadaniach twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą;
* stosować w zadaniach pojęcie kąta, pod którym widać dany odcinek z danego punktu;
* stosować zależność między kątem środkowymi i kątem wpisanym w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, np. w zadaniach wymagających dorysowania dodatkowych cięciw albo dostrzeżenia kąta prostego opartego na średnicy;
* stosować twierdzenie Talesa w zadaniach konstrukcyjnych;
* rozwiązywać zadania wymagające wielokrotnego zastosowania twierdzenia Talesa;
* rozwiązywać zadania wymagające zastosowania twierdzenia Talesa osadzone w kontekście praktycznym;
* stosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych;
* wykorzystywać podobieństwo figur do obliczania odległości punktów i pól obszarów na mapie o danej skali lub w terenie;
* stosować w zadaniach twierdzenie o wysokości trójkąta prostokątnego poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego;
* rozwiązywać zadania łączące podobieństwo trójkątów i kąty związane z okręgiem;
* korzystać z podobieństwa trójkątów w zadaniach na dowodzenie.

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

udowodnić twierdzenie o kącie środkowym i kącie wpisanym opartych na tym samym łuku;

udowodnić twierdzenie Talesa;

udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;

* stosować własności okręgów i trójkątów w zadaniach wieloetapowych, np. wymagających poprowadzenia dodatkowych odcinków i dostrzeżenia kątów wpisanych opartych na tym samym łuku lub trójkątów podobnych

rozwiązywać trudniejsze zadania konstrukcyjne (np. konstruować styczną do okręgu z punktu leżącego poza tym okręgiem lub konstruować odcinek o długości będącej średnią geometryczną dwóch danych odcinków) i udowadniać poprawność takich konstrukcji.

Wymagania edukacyjne są zgodne ze Statutem. Nauczyciel wystawia ocenę końcową.